

# Álgebra Lineal

Código	Créditos	Horas
CM711201	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

Cuando fijamos un operador  $\tau \epsilon L(V)$ , resulta que el módulo asociado V es finitamente generado y de torsión sobre el dominio de ideales principales F[x]. Por lo tanto es posible aplicar el Teorema de Descomposición Primaria y el Teorema de Descomposición Cíclica estudiados en la primera parte del curso. Como consecuencia se obtienen los teoremas de estructura para operadores lineales sobre espacios vectoriales de dimensión finita, objetivos principales de este curso. Finalizamos estudiando la estructura de ciertos operadores sobre espacios con producto interno reales y complejos.

## Contenido Programático

#### 1 Formas Canónicas Elementales

Valores propios. Polinomios anuladores. Triangulación y diagonalización simultánea. Subespacios invariantes. Teorema de descomposición prima.

## 2 Las formas racional y de Jordan

Subespacios cíclicos y anuladores. Descomposiciones cíclicas y forma racional. La forma de Jordan. Cálculo de factores invariantes.

#### 3 Espacios con producto interno

Productos internos. Espacios con producto interno. Funciones lineales y adjuntas. Operadores unitarios. Operadores normales.

#### 4 Operadores sobre espacios con producto interno

Formas sobre espacios con producto interno. Formas positivas. Teoría espectral.

## Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### **Evaluación**

# Departamento de Matemáticas Comisión de Postgrado e Investigación

- Kenneth Hoffman y Ray Kunze, Álgebra Lineal. Prentice/Hall (1973).
- Charles Curtis, Linear algebra. An introductory approach. Springer-Verlag (2000).
- Steven Roman, Advanced Linear Algebra. Springer-Verlag (1992).



#### **Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**

Código	Créditos	Horas
CM711701	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

Cuando uno desea analizar un problema que se nos presenta en la vida real, lo primero es analizar el proceso; es decir, debemos elegir un modelo matemático que represente al problema real; pero resulta que una gran parte de esos modelos vienen dados por ecuaciones diferenciales, ecuaciones que involucran a una función desconocida y sus derivadas. He aquí la importancia que en la mayoría de los programas de postgrado en matemática se contemple, por lo menos, un curso de ecuaciones diferenciales.

El objetivo de este curso es introducir de manera rápida y elegante a los estudiantes de postgrado en matemática al fascinante mundo de la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias. Es por ello que hemos escrito un programa que permita visualizar las técnicas, los métodos y ramas inherentes de esta área del conocimiento, como son: teoría de estabilidad y sistemas dinámicos.

#### Contenido Programático

#### 1 Teoría general de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO)

Existencia y unicidad. Prolongación de soluciones. Continuidad de las soluciones respecto a los datos iniciales y a parámetros. Derivabilidad de las soluciones respecto a los datos iniciales y a parámetros.

## 2 Sistemas lineales de EDO

Conceptos y resultados básicos. Sistemas lineales no homogéneos. Sistemas a coeficientes constantes. Construcción de la Solución General. Sistemas a coeficientes periódicos. Teorema de Floquet.

#### 3 Teoría de la estabilidad

Definiciones de estabilidad según Liapunov. Estabilidad para sistemas lineales. Caracterización en términos de autovalores. Sistemas lineales autónomos. Criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz. Estabilidad condicional. Teorema de la variedad estable. Sistemas semi-autónomos. Exponentes de Lyapunov. Teorema de estabilidad de Lyapunov. Sistemas no lineales.

# 4 Segundo método de Liapunov

Teoremas de estabilidad y estabilidad asintótica. Funciones de Liapunov para sistemas lineales. Inestabilidad de sistemas cuasi lineales.

#### 5 Introducción a los sistemas dinámicos

Clasificación de órbitas y teoremas de Poincaré-Bendixson. Clasificación de puntos críticos para sistemas bi-dimensionales.



# Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### Evaluación

\* Se realizarán, al menos, dos exámenes parciales y una evaluación global del curso.

- Coddinton, E.A, Levinson, N. Theory of Ordinary Differential Equations. Mc Graw-Hill, New York, 1955.
- De Guzmán, M. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Teoría de Estabilidad y Control. Ed. Alhambra, Madrid, 1975.
- Hale, J.K. Ordinary Differential Equations. John Wiley Interscience 1969.
- Hirsch, M., Smale, S. Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press 1974.
- Clark Robinson, Dynamical Systems. Stability, Symbolic Dynamics, and Chaos. Second Edition, CRC Press 1999.
- Sotomayor, J. Lições de equações diferenciais ordinárias. Projeto Euclides, Rio Janeiro, 1979.



#### Análisis Real

Código	Créditos	Horas
CM711001	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

El objetivo principal de este curso es estudiar la teoría abstracta de medida e integration que complementa los conocimientos adquiridos por el estudiante en un primer curso sobre la integral de Lebesgue. La teoría se desarrolla siguiendo el enfoque clásico, el cual incluye los teoremas de convergencia, el teorema de Radon-Nikodym, medidas exteriores y medida producto. Se incluye en este curso una introducción a los espacios clásicos de Banach que, además de ser una de las muchas aplicaciones de la teoría de la medida, tiene como objetivo promover en el estudiante el interés en estudios más avanzados en el área de análisis.

## Contenido Programático

#### 1 Medida e Integración Abstracta

Espacios de medida. Funciones medibles. Integración, Teoremas de convergencia. Medidas signadas. La Descomposición de Hanh. El Teorema de Radon-Nikodym. La Descomposición de Lebesgue.

#### 2 Medida Exterior: Medida producto

Medida exterior. El teorema de Extensión de una medida. Medibilidad en productos cartesianos. Teorema de Fubini y Teorema de Tonelli.

#### 3 Los Espacios Clásicos de Banach

Espacios Vectoriales normados. Las desigualdades de Hölder y Minkowski. Completación de un espacio vectorial normado. Funciones Lineales y el Teorema de Hanh – Banach. Espacios de Banach y ejemplos. Los espacios L<sup>p</sup>. El Teorema de Riesz – Ficher. Funcionales lineales acotados en los espacios L<sup>p</sup>. Teorema de Representación de Riesz. Aproximación por funciones continuas. Introducción a los Espacios de Hilbert.

#### Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### Evaluación



# Departamento de Matemáticas Comisión de Postgrado e Investigación

- Royden H.L., Real Analysis, The Macmillan Company (1968).
- Folland G., Real Analysis, John Wiley Sons (1984).
- Rudin W., Real and Complex analysis, McGraw-Hill (1966).



## Topología

Código	Créditos	Horas
CM711101	4	4 Teóricas

## **Objetivos generales**

En este curso se estudian los conceptos principales de la topología general, como la continuidad, compacidad y conexidad en espacios topológicos, a manera de profundizar los conocimientos adquiridos en un primer curso de espacios métricos . El programa incluye además el estudio de los axiomas de separabilidad y numerabilidad, completitud en espacios métricos y los espacios de funciones. El objetivo es proveer al estudiante de las herramientas que le permitan acceder a estudios más especializados en esta área, así como para usar estos conocimientos en otros campos como el álgebra, el análisis funcional y la geometría.

#### Contenido Programático

## 1 Espacios topológicos y funciones continuas

Espacios topológicos. Bases. Subespacios. Funciones continuas. La topología producto. La topología cociente.

#### 2 Conexidad y compacidad

Espacios conexos. Componentes. Espacios compactos. Espacios con la propiedad de Bolzano-Weierstrass.

## 3 Axiomas de separación y de numerabilidad

Axiomas de numerabilidad. Axiomas de separación. El lema de Uryshon y el teorema de metrización de Uryshon.

## 4 El teorema de Tychonoff

El teorema de Tychonoff. Espacios completamente regulares. La compactificiación de Stone-Cech.(opcional)

## 5 Espacios métricos completos y espacios de funciones

Espacios métricos completos. Compacidad en espacios métricos. Convergencia puntual y uniforme. La topología compacta-abierta. Teorema de Ascoli. Teorema de categoría de Baire.

# Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.



# Evaluación

\* Se realizarán, al menos, dos exámenes parciales y una evaluación global del curso.

## Referencias

• J. Munkres, Topology, Prentice Hall, 1975.



## Teoría de Funciones de una Variable Compleja

Código	Créditos	Horas
CM711002	4	4 Teóricas

# **Objetivos Generales**

El objetivo de este curso es el de introducir al estudiante a la Teoría de Funciones Analíticas. Llegar a dominar las técnicas de la prueba del Teorema de Cauchy, de la fórmula integral de Cauchy y sus importantes corolarios. En particular, el Teorema de Liouville, el famoso Teorema Fundamental del Álgebra. Además el Teorema de Taylor y el Teorema de Laurent y su desarrollo subsiguiente: el estudio de singularidades y aplicaciones.

El curso terminará con aplicaciones de la teoría a la resolución de los problemas que dieron origen a este desarrollo como el problema de Dirichlet.

# Contenido Programático

## 1 El Sistema de los Números Complejos

El cuerpo de los números complejos. El plano complejo. Representación polar y raíces de números complejos. El plano complejo extendido: La esfera de Riemann. Funciones a valores complejos. Continuidad, límites y conjuntos compactos.

#### 2 Funciones Analíticas

Series de Potencias. Funciones analíticas. Funciones analíticas como transformaciones, Transformaciones de Möbius. Teoremas de la aplicación inversa y de la aplicación abierta. El Principio local del módulo máximo.

#### 3 Integración Compleja

Integrales de Riemann-Stieltjes. Integrales sobre caminos. Primitivas locales de funciones analíticas. El teorema de Goursat. Teorema de Cauchy y fórmula integral. Versión Homotópica del Teorema de Cauchy. Existencia de primitivas globales, conjuntos simplemente conexos. Definición del Logaritmo. Ceros de una función analítica.

#### 4 Teorema Global de Cauchy

Indice de una curva cerrada, Número de Vueltas. El Teorema Global de Cauchy (Prueba de Dixon).

#### 5 Aplicaciones de la Fórmula Integral de Cauchy

Límites uniformes de funciones analíticas. Series de Laurent. Clasificación de singularidades. Residuos. El Principio del Argumento.

## **6 Aplicaciones Conformes**

Lema de Schwarz. Automorfismos analíticos del disco. Transformaciones Lineales Fraccionales.



# 7 El Principio del Módulo Máximo

El Principio del Módulo Máximo. El teorema de Phragmén-Lindelöf.

#### 8 Funciones Armónicas

Propiedades básicas. Funciones armónicas en el disco unitario. La Fórmula de Poisson. El Problema de Dirichlet.

# Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### Evaluación

\* Se realizarán, al menos, dos exámenes parciales y una evaluación global del curso.

- L. Ahlfors, Complex Analysis, McGraw-Hill, 1966.
- J. Bak & D.J. Newman, Complex Analysis, Springer- Verlag, 1997.
- J. B. Conway, Functions of one complex variable, Second Edition, Springer- Verlag, 1978
- S. Lang, Complex Analysis, Fourth edition, Springer- Verlag, 1998.
- W. Rudin, Real and Complex Analysis, McGraw-Hill, 1969



# Álgebra

Código	Créditos	Horas
CM721201	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

Este curso está dedicado al estudio de las ecuaciones algebraicas a través de la Teoría de Galois, basada en las relaciones entre la teoría de cuerpos y la de grupos. Aplicaremos esta teoría a la resolución de los problemas clásicos de construcciones con regla y compás y a la resolubilidad de ecuaciones por radicales.

# Contenido Programático

#### 1 Grupos

Grupos cíclicos. Teorema de Lagrange. Teoremas de Isomorfismos. Acción de un grupo sobre un conjunto. Teoremas de Sylow. Grupos solubles.

#### 2 Anillos

Anillos de integridad y cuerpos. Anillos Cocientes. Anillo de polinomios sobre cuerpos. Ideales máximos e ideales primos. Polinomios irreducibles.

#### 3 Cuerpos y Teoría de Galois

Fórmulas clásicas. Cuerpos de raíces. El grupo de Galois. Raíces de la unidad. Solubilidad por radicales. Independencia de caracteres. Extensiones de Galois. El teorema fundamental de la teoría de Galois. Aplicaciones. El gran teorema de Galois. Discriminantes. El grupo de Galois de cuadráticas, cúbicas y cuárticas.

## Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### **Evaluación**

\* Se realizarán, al menos, dos exámenes parciales y una evaluación global del curso.

- Joseph Rotman, Galois Theory. 2nd. Edition. Springer-Verlag (2001).
- Ian Stewart, Galois Theory. 3<sup>rd</sup>. Edition. Chapman & Hall. (2002).
- Thomas Hungerford, Algebra. Springer-Verlag (1974).



## Introducción a la Lógica

Código	Créditos	Horas
CM721801	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

El objetivo de este curso es introducir al estudiante a los conceptos sintácticos y semánticos de deducción: fórmulas probables y fórmulas verdaderas. Se presentarán varios sistemas lógicos. Para comenzar el más sencillo, el Cálculo Proposicional a través del cual se ilustrarán los conceptos de verdad y prueba. Luego con el sistema más complejo del Cálculo de Predicados llegaremos a probar el Teorema de Completitud de Gödel, usando las técnicas introducidas por Leon Henkin. El curso terminará con aplicaciones de la Lógica a problemas clásicos de la Matemática y a la Inteligencia Artificial.

#### Contenido Programático

#### 1 Cálculo Proposicional

Semántica: Fórmulas. Valuaciones. Valores de verdad. Modelos. Consecuencia semántica. Sintaxis: Axiomas lógicos y reglas de inferencia. Noción de prueba. Consecuencia sintáctica. Cálculo de secuentes. Teorema de Compacidad y Teorema de Completitud. Aplicaciones: Representación de condicionales y lógicas no monótonas.

## 2 Cálculo de Predicados

Semántica: Lenguajes, términos y fórmulas. Interpretaciones. Valor de un término en una valuación; valor de verdad de una fórmula en una valuación. Modelos. Consecuencia semántica. Sintaxis: Axiomas lógicos y reglas de inferencia, en particular la regla de generalización y las equivalencias de los cuantificadores ("para todo" en términos de "existe" y viceversa, usando la negación). Noción de prueba. Consecuencia sintáctica. Cálculo de secuentes. Teorema de Compacidad y Teorema de Completitud. Método de Resolución de Robinson. Aplicaciones: Programación Lógica.

## Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### **Evaluación**



- Ebbinghaus, H.-D. et al. Mathematical Logic. Springer-Verlag. New York, 1994.
- Gallier, J. Logic for Computer Science. University of Pennsylvania, 2003.
- Makinson, D. General Patterns in Nonmonotonic Logic. In Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Orogramming, volume III: Nonmonotonic Reasoning and Uncerain Reasoning. D. Gabbay, G. Hogger and J. Robinson, Eds. Clarendon Press, Oxford, UK, 1994.
- Robinson, J. A. A machine-oriented logic based on the resolution principle. Journal of the ACM, 12(1):23-41, January 1965.



#### Ecuaciones en Derivadas Parciales

Código	Créditos	Horas
CM721701	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

Las Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP) surgen de manera natural en el planteamiento y resolución de problemas físicos. Entre los más representativos y que dieron origen a la teoría está entender la vibración de la cuerda de un violín. Entre los más importantes está en entender cómo se disipa el calor. En este curso se darán las técnicas esenciales para la resolución de Ecuaciones en Derivadas Parciales: Fórmulas explícitas, Métodos de representación y métodos asintóticos.

# Contenido Programático

#### 1 Fórmulas explícitas para ciertas EDP

Ecuación de Transporte: problema de valores iniciales, problemas no-homogéneos. Ecuación de Laplace: solución fundamental, fórmulas del valor medio, propiedades de funciones armónicas, funciones de Green, métodos de energías. Ecuación de Calor: solución fundamental, principio de Duhamel, propiedades de las soluciones, métodos de energías. Ecuación de Onda: solución por promedios esféricos, principio de Duhamel, métodos de energías.

#### 2 EDP No-Lineales de Primer Orden

Integrales completas. Características. Introducción a las ecuaciones de Hamilton-Jacobi: cálculo de variaciones, transformada de Legendre, fórmula de Hopf, soluciones débiles y unicidad. Introducción a leyes de conservación: ondas de choques y la condición de entropía, fórmula de Lax-Oleinik, soluciones débiles y unicidad, el problema de Riemann, comportamiento asintótico en el tiempo.

#### 3 Otras Formas de Representación

Separación de variables. Soluciones autosimilares: ondas planas y viajeras, similaridad bajo reescalamiento. Transformada de Fourier. Transformada de Laplace. Transformación de EDP nolineales en EDP lineales: transformación de Hopf-Cole, funciones potenciales, transformación de Hodograph y Legendre. Representación por series: superficies características, teorema de Cauchy-Darboux-Kovalevskaya.

# Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### Evaluación



- Evans, Lawrence C., Partial Differential Equations, AMS Press, 1998.
- Friedman, A., Partial Differential Equations of Parabolic Type, Prentice-Hall, 1964.
- John Fritz, Partial Differential Equations, AMS 1, Fourth Edition, Springer-Verlag, New York, 1982.
- Strauss, Walter A., Partial Differential Equations, an introduction, John Wiley & Sons Inc, New York, 1992.
- Tikhonov, A.N. and Samarskii A.A., Equations of Mathematical Physics, Pergamon Press, Elmsford, New York, 1963. Springer-Verlag, New York, 1982.



#### Sistemas Dinámicos

Código	Créditos	Horas
CM721702	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

Uno de los problemas más importantes que tenemos hoy día es de hacer predicciones confiables a lo largo del tiempo. Una de las herramientas para atacar estos problemas y que se ha desarrollado remarcablemente en la segunda mitad del siglo XX es los Sistemas Dinámicos. En este curso nos proponemos de introducir al estudiante a los conceptos y técnicas fundamentales de los Sistemas Dinámicos.

## Contenido Programático

#### 1 Introducción a la definición y ejemplos básicos

Rotaciones del círculo. Endomorfismos expansivos del círculo. Mapas cuadráticos. Shifts y Subshifts. Transformación de Gauss. Automorfismos del Toro. Herraduras. Solenoides. Flujos y EDOs.

#### 2 Propiedades básicas

Recurrencias, conjuntos límites, transitividad topológica, mezclado topológico, expansividad.

## 3 Introducción a la hiperbolicidad

Definición, conjuntos estables e inestables. Estabilidad (sin pruebas).

- 4 Introducción a la ergodicidad, ergodicidad de automorfismos torales hiperbólicos
- 5 Introducción a las bifurcaciones de puntos fijos y bifurcaciones homoclínicas.

## Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### **Evaluación**

# Departamento de Matemáticas Comisión de Postgrado e Investigación

- C. Robinson: Dynamical Systems. Stability, dynamics and Chaos. CRC Press 1999.
- Alligood, Sauer & Yorke: Chaos, an in introduction to dynamical systems. Springer 1997.
- Palis & deMelo: Geometric Theory of Dynamical Systems: An introduction. Springer 1982.
- Guckenheimer & Holmes: Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields. Springer 1983.



# Análisis Complejo

Código	Créditos	Horas
CM721001	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

El objetivo de este curso es el de profundizar en el estudio de las Funciones Analíticas. En particular un recíproco del teorema de Módulos Máximo, el estudio de aproximación por funciones racionales, el estudio de los ceros de las Funciones Analíticas y una introducción a los espacios H<sup>p</sup>.

## Contenido Programático

## 1 Breve repaso de las propiedades elementales de las funciones holomorfas

El plano Complejo: operaciones, distintas representaciones de los números complejos. El plano Complejo Extendido. Funciones Analíticas, ecuaciones de Cauchy-Riemann, Transformaciones conformes, series de potencias, las funciones exponencial, seno y coseno. Integración Compleja. Desarrollo de Taylor. Teorema de valor medio. Principio del máximo. Determinaciones de Logaritmo. Singularidades aisladas. Residuos. Principio del argumento. Teorema de la aplicación abierta.

#### 2 Funciones Armónicas

Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Fórmula Integral de Poisson. Propiedad del Valor Medio. Funciones Armónicas Positivas.

#### 3 Principio de Módulo Máximo

Lema de Schwartz. El problema de Dirichlet. Método de Phragmen-Lindelof. Teorema de Haussdorff-Young. Un recíproco del teorema de Módulos Máximo.

#### 4 Aproximación por Funciones Racionales

Teorema de Runge. Teorema de Mittag-Leffler. Regiones simplemente conexas.

#### **5 Aplicaciones Conformes**

Transformaciones de Mobius. Familias Normales. Teorema de la Aplicación de Riemann. Aplicaciones conformes de un anillo.

#### 6 Ceros de Funciones Analíticas

Productos Infinitos. Teorema de Factorización de Weirstrass. Formula de Jensen. Productos de Blaschke. Teorema de Muntz-Szasz.

## 7 Teoría Elemental de Espacios H<sup>p</sup>

Funciones Subarmónicas. Los Espacios H<sup>p</sup> y N. El Espacio H<sup>z</sup>. Teorema de F. y M. Riesz. Teoremas de Factorización. El Operador traslacción. Funciones Conjugadas

#### Departamento de Matemáticas Comisión de Postgrado e Investigación

## Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### Evaluación

\* Se realizarán, al menos, dos exámenes parciales y una evaluación global del curso.

- Ahlfors, L. V.: "Complex Analysis" McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.
- Halmos, P. R.: "Naive Ste Theory" D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1950.
- Rudin, W.: Real and Complex Analysis Tata McGraw-Hill Publishing Co. 1979.
- Conway, J. B.: Complex Analysis, Springer.



#### Análisis Funcional

Código	Créditos	Horas
CM721002	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

El objetivo fundamental de este curso es estudiar los aspectos fundamentales de la geometría de los espacios vectoriales topológicos desde un punto de vista analítico. Para ello se estudiarán en detalle los resultados más importantes de la teoría de los espacios de Banach y los espacios de Hilbert. El curso incluye el desarrollo de la teoría de los espacios duales, algunas consecuencias del Teorema de Categoría de Baire, topologías débiles y la teoría general y espectral de operadores en espacios de Banach.

# Contenido Programático

# 1 Conjuntos Convexos y Desigualdades en Espacios Vectoriales

Desigualdades Básicas. Bases, Subespacios. Conjuntos Convexos. Espacios Normados. Operadores Lineales en Espacios Normados. Espacios de Hilbert. Funcionales Lineales. EL Teorema de Hahn Banach. Espacio Dual. Espacios Reflexivos

## 2 Consecuencias del Teorema de Categoría de Baire

El Teorema de Categoría de Baire. El Teorema de la Aplicación abierta. El Teorema del Gráfico Cerrado. Subespacios Complementados de un Espacio de Banach. El Principio de Acotación Uniforme

## 3 Topologías Débiles

Dualidad. Dual de un Subespacio y Espacios Cociente. Teorema de Banach-Alaouglu. Reflexividad. Separabilidad y Metrizabilidad. Teorema de Krein-Milman.

## 4 Operadores Lineales en Espacios de Banach

El Adjunto de un Operador. Operadores Compactos. Subespacios Invariantes. Operadores Débilmente Compactos.

# 5 Álgebras de Banach y Teoría Espectral de Operadores en Espacios de Banach

Propiedades Elementales y Ejemplos. Ideales y Cocientes. El Espectro. Calculo Funcional. Espectro de un Operador Lineal.

## Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.



#### Evaluación

\* Se realizarán, al menos, dos exámenes parciales y una evaluación global del curso.

- Conway, J. B., A Course in Functional Analysis, second Edition GTM, Springer-Verlag, N.Y., 1990.
- Cotlar M. & Signoli R., An Introduction To Functional Análisis North Holland, Ámsterdam, 1974.
- Douglas, R. G., Banach Algebras Techniques in Operador Theory, Second Edition GTM, Springer-Verlag, N.Y., 1998.
- Bollobas, B. Linear Análisis, An Introductory Course, Second Edition, CMT, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1990.



#### **Bifurcaciones**

Código	Créditos	Horas
CM721703	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

La ocurrencia del cambio de estructura o bifurcación en ciertas familias fue uno de los acontecimientos mayores para predecir el comportamiento global de un fenómeno a partir de cálculos locales. Esto ha sido uno de los puntos más importantes en las aplicaciones de los Sistemas Dinámicos.

En este curso damos la introducción a la Teoría de Bifurcaciones y algunas de sus aplicaciones.

## Contenido Programático

- 1 Bifurcaciones de codimensión uno: silla-nodo, cuchilla-tenedor.
- 2 Bifurcaciones de codimensión dos: bifurcación de Hopf, bifurcación homoclínica.
- 3 Bifurcación de Hopf: subcrítica y supercrítica.
- 4 Aplicaciones de la teoría a modelos descritos por ecuaciones diferenciales ordinarias y funcionales.

#### Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### Evaluación

\* Se realizarán, al menos, dos exámenes parciales y una evaluación global del curso.

- Perko L., Differential Equations and Dynamical Systems. Texts in Applied Mathematics 7.
  Springer Verlag 1991.
- Clark Robinson, Dynamical Systems. Stability, Symbolic Dynamics, and Chaos. Second Edition, CRC Press 1999.
- Wiggins, S. Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos. Texts in App. Math. 2, Springer Verlag, 1990.



# Teoría Descriptiva de Conjuntos

Código	Créditos	Horas
CM721802	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

.El objetivo de este curso es el estudio de conjuntos definibles y funciones en Espacios Polacos. Más precisamente se definirán las jerarquías de Borel, de Baire, y la Proyectiva.

Se hará énfasis en las relaciones estrechas entre esta teoría, la Teoría de Conjuntos, la Topología y el Análisis.

# Contenido Programático

## 1 Árboles

Ordinales y relaciones bien fundadas. Árboles y conjuntos cerrados. Árboles bien fundados

#### 2 Espacios Polacos

Subespacios Polacos de espacios Polacos. Espacios métricos compactos. Universalidad del cubo de Hilbert. Imágenes continuas del espacio de Cantor. Espacios Polacos perfectos. Espacios cero dimensionales. Caracterización del espacio de Cantor y del espacio de Baire. Teorema de Categoría. Teorema de Kuratowski-Ulam.

#### 3 Conjuntos Borelianos

Espacios y funciones medibles. Conjuntos y funciones de Borel. Conjuntos de Borel y conjuntos abiertos cerrados. Conjuntos analíticos y el Teorema de separación de Lusin. Isomorfismos de Borel. Conjuntos de Borel y Categoría de Baire. La jerarquía de Borel y de Baire.

#### 4 Conjuntos Analíticos

Representación de los conjuntos analíticos. La operación de Suslin. Conjuntos universales y completos. Ejemplos de conjuntos analíticos. Propiedades de regularidad: Teorema del subconjunto perfecto. Propiedad de Baire. La jerarquía Proyectiva.

## Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### **Evaluación**





# Referencias

• A. Kechris, Classical Descriptive Set Theory, GTM 156, Springer-Verlag, 1995.



## Teoría Algebraica de Grafos

Código	Créditos	Horas
CM721202	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

El curso está dedicado a estudiar las aplicaciones del álgebra lineal y la teoría de matrices al estudio de los grafos. Veremos que las propiedades espectrales de las matrices de adyacencia y laplaciana están estrechamente relacionadas a las propiedades del grafo. Usando la expansión de los determinantes, ilustraremos la relación existente entre un grafo y el polinomio característico de la matriz asociada al grafo. Algunas aplicaciones a la teoría de grafos químicos serán discutidas.

# Contenido Programático

- 1 Definiciones básicas de la teoría de grafos
- 2 Espectro de un grafo
- 3 Grafos regulares y grafos de líneas
- 4 Espacios vectoriales asociados a un grafo. Matriz laplaciana
- 5 Árboles y estructuras asociadas. Redes eléctricas
- 6 Expansiones del determinante
- 7 Espectro de un grafo y el problema de coloración de los vértices

#### Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### **Evaluación**



- Norman Biggs, Algebraic Graph Theory, 2nd Edition, Cambridge University Press, 1993.
- Béla Bollobás, Graph Theory: an introductory course, Springer-Verlag, 1979.
- D. Cvetkovic, M. Doob and H. Sachs, Spectra of Graphs, Academic Press, 1979.
- Chris Godsil and Gordon Royle, Algebraic Graph Theory, Springer-Verlag, 2001.
- Frank Harary, Graph Theory, Addison-Wesley, 1972.



#### Materias de nivel III

Código	Créditos	Horas
CM73****	4	4 Teóricas

## **Objetivos Generales**

Las asignaturas de nivel III (códigos CM73) son cursos especializados en un área de la Matemática, cuyo objetivo principal es conducir al estudiante a la frontera del conocimiento y ponerlo en contacto con la investigación de punta. La lista de las materias aparece en la página siguiente.

## Contenido Programático

Dado el carácter de vanguardia de estos cursos, el contenido de estas materias es muy dinámico y es elaborado por el profesor especialista quien propone el curso en función de los últimos descubrimientos y de su línea de investigación. Dicho contenido debe ser aprobado por el Consejo Directivo.

## Metodología

- \* Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- \* Exposiciones del estudiante en seminarios.
- \* Realización de sesiones de resolución de problemas.
- \* Uso de software pertinente en algunos tópicos.

#### Evaluación

- Se realizarán, al menos, dos exámenes parciales y una evaluación global del curso.
- La participación en los seminarios por parte del estudiante tendrá un carácter obligatorio y será evaluada.

#### Referencias

Serán establecidas por el profesor del curso.



Las asignaturas de nivel III (códigos CM73) son cursos especializados en un área de la Matemática. Los tópicos ofrecidos son los siguientes:

# Álgebra/Lógica

CM731201 Teoría Algebraica de Grafos

CM731202 Teoría Espectral de Grafos e Índices Topológicos

CM731203 Teoría de Matrices

CM731204 Teoría de Anillos y Módulos

CM731205 Grupos y Grafos

CM731206 Grafos y Combinatoria

CM731801 Lógicas no Monótonas

CM731802 Dinámica del Conocimiento

CM731803 Teoría Descriptiva de Conjuntos

#### **Ecuaciones Diferenciales**

CM731701 Semigrupos de Operadores y Aplicación

CM731702 Teoría de Control Lineal

CM731703 Teoría de Control no Lineal

CM731704 Ecuaciones Diferenciales Funcionales

CM731705 Análisis Funcional no Lineal

CM731706 Bifurcaciones

CM731707 Introducción a la Dinámica Compleja

CM731708 Introducción a los Flujos Geodésicos

CM731709 La Dinámica de los Sistemas Competitivos

CM731710 Introducción a las Ecuaciones Integrales

## Análisis/Topología

CM731001 Análisis y Probabilidades

CM731002 Teoría Espectral

CM731003 Teoría de Operadores

CM731004 Teoría de Funciones de varias Variables Complejas

CM731005 Geometría de Espacios de Banach

CM731006 Cálculo Diferencial en Espacios de Banach

CM731101 Topología Algebraica

CM731102 Tópicos en Topología

CM731103 Espacios Vectoriales Topológicos