

# Modelo de crecimiento y rendimiento para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.), usando el enfoque de espacio de estados

## Growth and yield model for teak (*Tectona grandis* L.) plantations, using the state-space approach.

Quintero Méndez, María A.<sup>1</sup>, Jerez, Mauricio<sup>2</sup> y Flores, Jesús<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Escuela de Ingeniería Forestal. Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales. ULA. Mérida 5101, Venezuela.

<sup>2</sup> Centro de Estudios Forestales y Ambientales de Postgrado. Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales. ULA. Mérida 5101, Venezuela.

### Resumen

*Se presenta un modelo simple de crecimiento y rendimiento para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.) a nivel de rodal, basado en el enfoque de espacio de estados. En este enfoque se utilizan variables de estado, cuyas tasas de cambio son representadas por funciones de transición a fin de simular el crecimiento de la plantación. Se utilizaron tres variables de estado: altura mayor, área basal y densidad del rodal. La función de crecimiento de Chapman-Richards se usó para representar las tasas de cambio de la altura mayor y del área basal, además se empleó una ecuación exponencial negativa para modelar la tasa de cambio en el número de árboles por hectárea (densidad). A partir de las variables de estado se generaron como variables de salida el volumen y el diámetro medio cuadrático. Se utilizaron datos de parcelas permanentes de la Reserva Forestal de Caparo (Barinas, Venezuela) para ajustar las funciones de transición. El modelo fue programado con el lenguaje de simulación declarativo visual SIMILE. Se hicieron corridas para un período de 60 años a fin de comparar el crecimiento y rendimiento de rodales bajo tres alternativas de manejo: 1) no hacer aclareos, 2) realizar un aclareo con una intensidad de corta de 40% en el año 15 y 3) realizar dos aclareos del 40% en los años 15 y 30. El modelo de simulación desarrollado en este trabajo muestra en forma sencilla el potencial que tienen este tipo de modelos, particularmente aquellos desarrollados utilizando el enfoque de espacio de estados, y su utilidad en el manejo de plantaciones forestales.*

*Con el empleo de un modelo de simulación, los manejadores de plantaciones pueden obtener información que les ayude a tomar decisiones en el tiempo y conocer el estado de los rodales, en cuanto a crecimiento y rendimiento, en términos de madera. De esta manera, se puede disminuir la incertidumbre en la toma de decisiones en el sector forestal, específicamente en el manejo de plantaciones forestales.*

**Palabras claves:** simulación, modelo de crecimiento y rendimiento, *Tectona grandis* L., enfoque de espacio de estados.

### Abstract

*A simple growth and yield model for teak (*Tectona grandis* L.) plantation stands based on the state-space approach is presented. In this approach state variables whose growth rates are represented by transition functions are used to simulate plantation growth. Three state variables were used: stand dominant height, stand basal area, and stand density. The Chapman-Richards growth function was used to represent the growth rates in dominant height and basal area of the stand, whereas a negative exponential growth equation was used to represent the growth rates in the number of trees per hectare (stand density). From the state variables, the output variables stand volume and quadratic mean diameter were computed. For fitting the transition functions, data from permanent plots located at the Caparo Forest Reserve (Barinas, Venezuela) were used. The model was implemented in SIMILE, a declarative visual simulation programming language. Runs were done for a 60 year period to compare the growth and yield of stand under three management scenarios: 1) no thinning, 2) one thinning with removal of 40 % of the trees in year 15; and 3) two thinning with removal of 40% of the trees in years 15 and 30.*

**Key words:** simulation, growth and yield model, teak, state space approach.

## 1 Introducción

Los modelos de crecimiento y rendimiento son vitales para la planificación del manejo forestal. Proyectar el estado futuro de rodales individuales es un prerequisite para planear el manejo de los bosques a cualquier nivel. Algunos usos importantes de los modelos de crecimiento y rendimiento incluyen su capacidad de explorar diferentes opciones de manejo y alternativas silviculturales, examinar el impacto del manejo del bosque y las cortas sobre otros valores del bosque, predecir rendimientos futuros, entre otros (Vanclay, 1994).

Estos modelos pueden clasificarse de muchas maneras, pero es útil distinguir entre modelos para “predicción” y modelos para “comprensión” (García, 1988). Los últimos, conocidos como “modelos de procesos” son muy útiles para la investigación básica y se fundamentan en el modelado de los procesos fisiológicos y ecológicos que regulan el crecimiento de los bosques y sus interrelaciones con el medio ambiente. Por otro lado, los modelos “predictivos” tienen el propósito de generar información destinada a apoyar la toma de decisiones en el manejo forestal. Las aplicaciones de estos modelos van desde la predicción del crecimiento de masas forestales como respuesta a la aplicación de regímenes silviculturales (espaciamento inicial, aclareos, podas, fertilización, etc.) hasta el apoyo para la planificación del manejo por varios turnos de corta. Adicionalmente, de acuerdo al nivel de resolución los modelos de crecimiento y rendimiento se pueden clasificar en modelos de rodal, modelos de clase de tamaño y los modelos de base individual. Los llamados modelos de rodal son construidos utilizando parámetros que describen al rodal, entendiéndose éste como una porción de un bosque que tiene aspecto uniforme de acuerdo a ciertos criterios predefinidos como edad, calidad de sitio, composición de especies, etc., es la unidad fundamental de silvicultura en la que se aplica un tratamiento. Algunos de los parámetros que se utilizan en los modelos de rodal son densidad (relacionada al número de árboles por unidad de superficie), área basal (suma del área del corte transversal de cada árbol a la altura del pecho, es decir, a 1,30 m.), diámetro medio cuadrático (diámetro del árbol medio), altura promedio, altura mayor (altura promedio de los árboles más altos) y volumen; la mayoría de los modelos de rodal son simples y robustos, requieren relativamente poca información para simular el crecimiento y desarrollo de un rodal, y son muy útiles en el modelado de plantaciones forestales (Peng, 2000). Los modelos de base individual describen el comportamiento de árboles individuales como unidades de modelado; el comportamiento de cada individuo, es luego agregado para simular el comportamiento del rodal. Un compromiso entre estos dos enfoques son los modelos de clase de tamaño, en los cuales los árboles que componen el rodal se agrupan en clases diferenciadas por alguna variable relacionada con las dimensiones de los árboles (diámetro, tamaño de copa, altura). Aunque los tres enfoques varían en

el grado de complejidad, ninguno parece ser superior al otro en cuanto a la precisión de los resultados, pero un enfoque puede ser más apropiado que otro para cierto objetivo en particular (Vanclay, 1994). Por ejemplo, un modelo de base individual, es más apropiado para caracterizar relaciones de competencia entre los árboles de un rodal.

En el ámbito internacional, los modelos de simulación del crecimiento y rendimiento, han alcanzado un enorme desarrollo, y hoy día esta herramienta es imprescindible no solo para la toma de decisiones en el manejo de bosques naturales y plantaciones, sino también para guiar la fijación de las políticas forestales en muchos países (García 1990).

El objetivo de este trabajo fue desarrollar un modelo a nivel de rodal para simular el crecimiento y rendimiento de plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.), utilizando el enfoque de espacio de estados propuesto por García (1984, 1994). En este enfoque el modelado del sistema está basado en ecuaciones diferenciales y en unas pocas variables de estado (ej. área basal, densidad y altura mayor); el sistema es descrito a través de estas variables y sus tasas de cambio. Además, otras variables como volumen, se derivan a partir de las variables de estado y son llamadas variables de salida.

## 2 El Enfoque de espacio de estados en modelos de crecimiento y rendimiento

Uno de los métodos para construir modelos a nivel de rodal es el llamado enfoque de espacio de estados, el cual está basado en el modelado a través de un sistema de ecuaciones diferenciales. Se utilizan variables de estado (ej. altura, área basal y densidad) que permitan representar al sistema en una etapa inicial, y funciones de transición para proyectar las variables de estado en el futuro (Vanclay, 1994).

Se asume que las variables de estado resumen los eventos que afectarán el desarrollo futuro del rodal y por lo tanto, los estados futuros pueden ser determinados por el estado presente y las acciones futuras, mientras que otras variables de interés (ej. volumen) pueden derivarse a partir de las variables de estado. Para cumplir con este supuesto, las variables de estado deben describir adecuadamente la composición y estructura del rodal, y deberían reflejar todos los tratamientos silviculturales aplicados en el pasado, a fin de que las predicciones de crecimiento no necesiten información sobre la edad del rodal, edades en que se hicieron los aclareos, etc.

La formulación general de un modelo bajo el enfoque del espacio de estados es la siguiente (García, 1994):

Sea el estado en un instante dado  $t$  especificado por una lista de  $n$  números (variables de estado), es decir, por un vector de estado  $n$ -dimensional  $x(t)$ . Las entradas  $u(t)$  y las salidas  $y(t)$  son también vectores de dimensión finita.

Entonces el comportamiento del sistema se describe mediante una función de transición

$$x(t) = F[x(t_0), U, t - t_0] \quad (1)$$

y una función de salida

$$y(t) = g[x(t)] \quad (2)$$

(1) representa un sistema de  $n$  ecuaciones y permite obtener el estado en cualquier instante  $t$  en función del estado en algún otro instante  $t_0$ , de las entradas  $U$  como función del tiempo, y del tiempo transcurrido entre  $t_0$  y  $t$ . La función de salida (2) da las salidas actuales en función del estado actual.

Las funciones de transición deben poseer algunas propiedades obvias: (i) consistencia, significa que no hay cambios si el tiempo transcurrido es cero; (ii) composición o propiedad de semigrupo, donde el resultado de proyectar el estado de  $t_0$  a  $t_1$ , y luego de  $t_1$  a  $t_2$ , debe ser el mismo que proyectar en un solo paso de  $t_0$  a  $t_2$ ; (iii) causalidad, que está referido a que el cambio de estado sólo puede ser influenciado por las entradas en el intervalo de tiempo considerado. Las funciones de transición generadas por integración de ecuaciones diferenciales (o sumatoria de ecuaciones en diferencias en el caso de tiempos discretos) automáticamente satisfacen estas condiciones (García, 1994). De esta manera, el modelo puede entonces plantearse como:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) \quad (3)$$

$$y = g(x) \quad (4)$$

La integración de la función de transición local (3) entre  $t_0$  y  $t$  da la función de transición global (1).

En el enfoque de espacio de estados, se evita modelar directamente las complejas relaciones entre entradas y salidas a través del tiempo. En lugar de ello, se describe el estado del sistema en cada instante, y se modela la tasa de cambio de estado.

### 3 Modelo Propuesto

#### 3.1 Datos

Los datos utilizados en este trabajo corresponden a una plantación de teca (*Tectona grandis L.*) ubicada en la Reserva Forestal de Caparo. Se usaron datos anuales de 28 parcelas para diferentes períodos de tiempo: para 26 años (2 parcelas), 25 años (8 parcelas), 24 años (3 parcelas), 23 años (3 parcelas), 22 años (3 parcelas), 21 años (2 parcelas), 20 años (5 parcelas), 18 años (1 parcela), 8 años (1 parcela). Las variables de rodal que se tienen en cada año de medición y para cada parcela son: edad, densidad, diámetro promedio, altura promedio, altura mayor y área basal.

Durante el período de medición, 8 parcelas no fueron aclareadas y 20 parcelas registran aclareos. En la construcción del modelo fueron utilizados los datos correspondientes a las parcelas que no fueron aclareadas y de las parcelas aclareadas solamente se usaron los datos registrados antes del aclareo. En total se utilizaron 231 datos para las variables edad, área basal, densidad y diámetro promedio, y 174 para las variables altura promedio y altura mayor, ya que habían datos faltantes en algunos años. En la tabla 1 se muestra la media, el valor mínimo, el valor máximo y la desviación estándar para cada una de las variables de rodal utilizadas.

Tabla 1. Estadísticas básicas del conjunto de datos utilizado para el desarrollo del modelo

Variable de rodal	Media	Mínimo	Máximo	Desviación estándar
Edad (años)	13.63	1.80	29.90	7.40
Diámetro promedio (cm)	21.10	5.80	35.20	5.29
Densidad (n° de árb.ha <sup>-1</sup> )	1148.03	317	2125	418.86
Altura promedio (m)	20.52	6.80	30.80	4.71
Altura mayor (m)	22.06	7.90	33.2	4.86
Área basal (m <sup>2</sup> ha <sup>-1</sup> )	25.58	3.79	51.69	9.41

#### 3.2 Estructura del modelo

Las condiciones del rodal en cualquier punto en el tiempo están definidas por tres variables de estado: altura mayor ( $H$ ), área basal ( $AB$ ) y densidad ( $N$ , número de árboles por hectárea). De acuerdo a García (1994), un modelo con estas variables de estado es suficientemente general y muchas salidas se pueden estimar satisfactoriamente dados  $H$ ,  $AB$  y  $N$ , incluyendo volúmenes de variados productos y parámetros de distribuciones diamétricas. En este modelo se tienen como variables de salida el diámetro medio cuadrático ( $D$ ) y el volumen por hectárea ( $V$ ).

El modelo utiliza tres funciones de transición, una para cada variable de estado, conformando un sistema de ecuaciones diferenciales integrables analíticamente. Estas funciones son utilizadas para proyectar el estado futuro del rodal. La estructura del modelo es la siguiente:

$$\frac{dH}{dt} = f_1(H) \quad (5)$$

$$\frac{dAB}{dt} = f_2(AB) \quad (6)$$

$$\frac{dN}{dt} = f_3(N) \quad (7)$$

Se usaron funciones de transición sencillas donde la tasa de cambio de una variable sólo depende del valor actual de esa misma variable. Sin embargo, en modelos más complejos  $f_1$  y  $f_2$  son funciones de  $H$ ,  $AB$  y  $N$ .

### 3.3 Ecuación diferencial para el crecimiento en altura mayor

El primer paso antes de establecer la función de transición para el crecimiento en altura, fue suavizar los datos mediante un ajuste polinomial de tercer grado. Así, mediante regresión lineal, se ajustó la altura mayor ( $H$ ) en función de la edad ( $E$ ) y luego se trabajó con los datos de altura mayor ajustados.

Posteriormente, el crecimiento en altura mayor se modeló mediante una ecuación de Chapman-Richards en su forma derivada (Clutter et al., 1983):

$$\frac{dH}{dt} = \alpha H^\beta - \gamma H \quad (8)$$

Los parámetros de esta ecuación fueron estimados a partir de los datos suavizados. Para cada par de medidas consecutivas se aproximaron las derivadas  $\frac{dH}{dt}$  por  $(H_2 - H_1)/(t_2 - t_1)$ , y luego se hizo una regresión no lineal.

### 3.4 Ecuación diferencial para el crecimiento en área basal

El procedimiento para definir la función de transición para el crecimiento en área basal es similar al utilizado en el caso de la altura mayor; se suavizaron los datos mediante un ajuste a un polinomio de tercer grado, se aproximaron los valores para las derivadas  $\frac{dAB}{dt}$  por  $(AB_2 - AB_1)/(t_2 - t_1)$  y se usó regresión no lineal para estimar los parámetros de una ecuación de Chapman-Richards:

$$\frac{dAB}{dt} = \alpha AB^\beta - \gamma AB \quad (9)$$

### 3.5 Función de transición para la reducción en el número de árboles (mortalidad)

La mortalidad es difícil de modelar ya que es muy variable y está influenciada por las condiciones ambientales (Vanclay, 1994). Existen muchas formas de representar la mortalidad, en este trabajo se usó una ecuación exponencial negativa en su forma diferencial, tal como la utilizada en el modelo de García y Ruiz (2003):

$$\frac{dN}{dt} = -mN \quad (10)$$

Los valores de las derivadas se aproximaron por  $(N_2 - N_1)/(t_2 - t_1)$ , luego se aplicó una regresión lineal por el origen.

### 3.6 Variables de salida

- $D$  (diámetro medio cuadrático en cm): fue calculado a partir del área basal del rodal que genera el modelo, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$D = 100 * \sqrt{\frac{4 * AB}{N * \pi}} \quad (11)$$

- $V$  (volumen en  $m^3ha^{-1}$ ): se calculó utilizando la ecuación ajustada por Mora y Moret (2001) para teca

$$V = 0.341127 * \left( \frac{4 * AB * AP}{\pi} \right)^{0.93590} \quad (12)$$

Donde  $AP$  es la altura promedio en m.

Para calcular la altura promedio se hizo una regresión lineal en función de la altura mayor ( $H$ ), que es la altura que el modelo calcula. La ecuación tiene la siguiente forma:

$$AP = \beta_0 + \beta_1 H \quad (13)$$

### 3.7 Programación del modelo

El modelo fue programado usando el lenguaje Simile, el cual es un software de simulación visual, basado en los diagramas de dinámica de sistemas de Forrester. Para un conjunto de condiciones iniciales, la evolución del sistema es simulada a través de integración numérica, y la trayectoria para las diferentes variables pueden visualizarse mediante gráficos (García y Ruiz, 2003). Se programaron tres escenarios:

- *Escenario 1: Crecimiento y rendimiento del rodal sin intervenciones silviculturales.* El diagrama de

Forrester del modelo correspondiente a este escenario se presenta en la Fig. 1. Se observa que las variables altura mayor ( $H$ ), área basal ( $AB$ ) y densidad ( $N$ ) son representadas como variables de nivel o estado, y las tasas de cambio de estas variables corresponden a las funciones de transición. Los parámetros y las variables de salida se representan usando variables auxiliares y las relaciones entre los componentes del modelo se muestran mediante flechas.

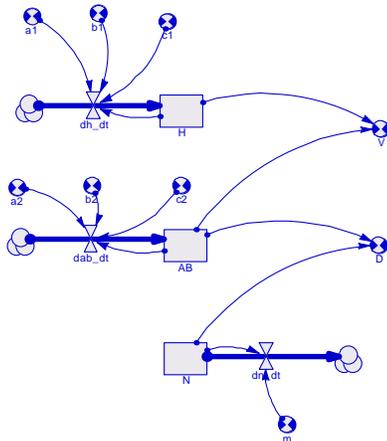


Fig. 1. Modelo de crecimiento y rendimiento para teca (*Tectona grandis* L.)

- **Escenario 2. Crecimiento y rendimiento del rodal con un aclareo.** El modelo anterior fue modificado para simular un aclareo del 40% de los árboles a los 15 años. Para ello, se incluyeron dos flujos de salida, uno para la densidad  $N$  y otro para el área basal  $AB$ , que representan la cantidad de árboles que se extraen del rodal y el área basal correspondiente. En la Fig. 2 se muestra el diagrama para este escenario.

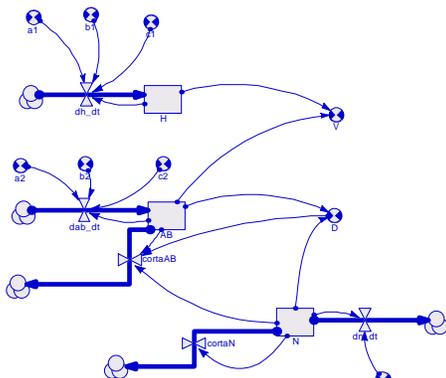


Fig. 2. Modelo de crecimiento y rendimiento para teca (*Tectona grandis* L.) con aclareos

**Escenario 3. Crecimiento y rendimiento del rodal con dos aclareos.** Usando el mismo modelo de la Fig. 2, se agregó

el código de programación necesario para simular dos cortas intermedias o aclareos, ambos correspondientes al 40% de los árboles, a los 15 y a los 30 años.

## 4 Resultados y análisis

### 4.1 Estimación de los parámetros del modelo

Utilizando los valores de los parámetros obtenidos mediante regresión no lineal para las ecuaciones de transición, el modelo de simulación puede escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{dH}{dt} = 1.424170615H^{0.454284314} - 0.236306443H \quad (14)$$

$$\frac{dAB}{dt} = 3.137170161AB^{0.182478642} - 0.167509269AB \quad (15)$$

$$\frac{dN}{dt} = -0.01394N \quad (16)$$

Donde  $H$  representa la altura mayor (m),  $AB$  el área basal del rodal ( $m^2ha^{-1}$ ) y  $N$  la densidad ( $n^\circ$  de árb. $ha^{-1}$ ).

Los valores de  $R^2$  obtenidos en los modelos de regresión utilizados para ajustar estas ecuaciones son: 0.94 para la ecuación 14, 0.63 para la ecuación 15 y 0.38 para la ecuación 16. Este último valor no indica un buen ajuste del modelo de regresión, sin embargo, considerando la dificultad para modelar la mortalidad, se decidió utilizar la ecuación ajustada para representar la reducción en el número de árboles en el modelo de simulación.

Las variables de salida del modelo son el diámetro medio cuadrático ( $D$ ) medido en cm y el volumen ( $V$ ) en  $m^3ha^{-1}$ . La ecuación ajustada ( $R^2= 0.93$ ) para la altura promedio ( $AP$ ) es:

$$AP = -0.119 + 0.934H \quad (17)$$

### 4.2 Resultados para el escenario 1

Se estudió el comportamiento de las variables de nivel cuando no hay intervenciones silviculturales (modelo Fig. 1), para lo cual se corrió el modelo para un tiempo de simulación de 60 años. En la Fig. 3 se muestran los gráficos para las tres variables de estado. En el caso de la altura mayor ( $H$ ) se observa que el gráfico parte de valores de 8 m y alcanza valores hasta 27 m al final del período de simulación, es decir, esta variable aumenta conforme pasa el tiempo y los árboles de teca continúan con su crecimiento. Con respecto a la variable área basal ( $AB$ ), se observa que su valor inicial era aproximadamente  $6 m^2ha^{-1}$  y aumenta hasta estabilizarse en valores cercanos a  $36 m^2ha^{-1}$ , lo que representa la capacidad de carga del rodal. Por otra parte, la densidad del rodal ( $N$ ) disminuye, se comienza con una densidad de 1.450 árboles de teca por hectárea hasta llegar a valores cercanos a 630 árboles por hectárea. La densidad

disminuye al mismo tiempo que área basal aumenta, es decir, que el crecimiento y por tanto el rendimiento se concentra en los árboles que sobreviven y se hacen cada vez más grandes. En resumen, las variables de estado se conforman de acuerdo a lo esperado en un sistema real.

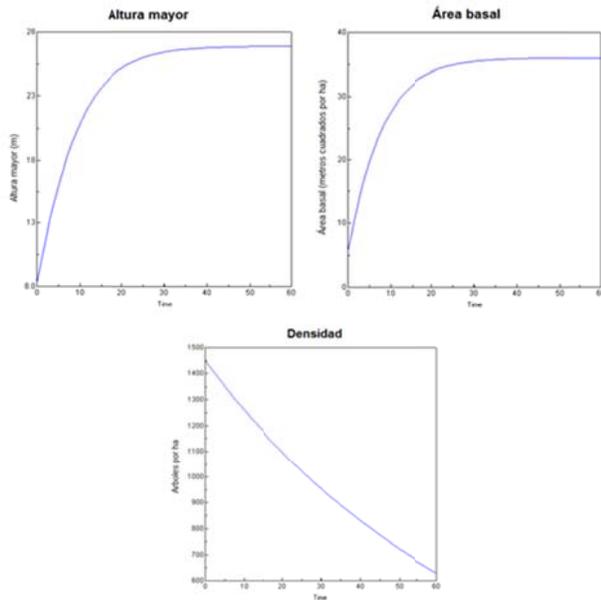


Fig 3. Variables de estado para el modelo sin aclareos

También se analizó el comportamiento de las variables de salida volumen ( $V$ ) y diámetro medio cuadrático del rodal ( $D$ ), halladas a partir de las variables de estado, los gráficos correspondientes se presentan en la Fig. 4. Se observa que el volumen del rodal aumenta con la edad, partiendo de un volumen inicial aproximadamente de  $15 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  hasta estabilizarse en  $250 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  (volumen máximo). Por su parte, el diámetro medio cuadrático también aumentó con la edad del rodal, como era de esperarse, alcanzando a los 60 años valores cercanos a 27 cm.

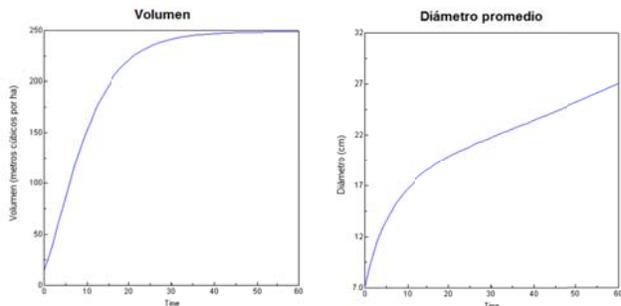


Fig 4. Variables de salida para el modelo sin aclareos

#### 4.3 Resultados para el escenario 2

Se corrió el modelo que simula una corta intermedia o aclareo del 40% de los árboles presentes en el rodal, a la edad de 15 años (Fig. 2), para un tiempo de simulación igual a 60 años. En la Fig. 5 se muestran los gráficos correspondientes al área basal, volumen y densidad, no se muestran los gráficos de las demás variables del modelo ya que su comportamiento es similar al observado en el escenario 1. Se observa que en el caso del área basal y el volumen, estas variables disminuyen al momento de la corta para luego seguir creciendo hasta final de turno (60 años). Por lo tanto, la densidad cae bruscamente (en un 40%) en el año 15 para llegar a 370 árboles al final de la simulación (en el escenario 1 la densidad final son 630 árboles aproximadamente).

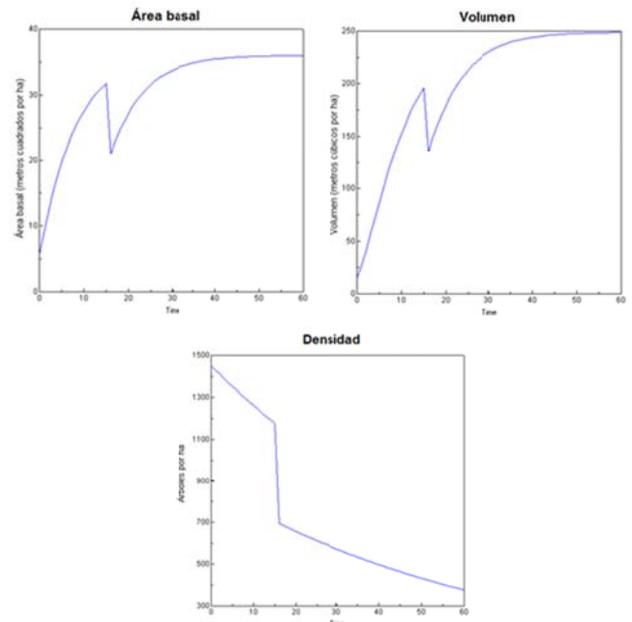


Fig 5. Variables para el modelo con un aclareo a los 15 años

El volumen, número de árboles y área basal extraídos en el aclareo simulado se muestran en la Tabla 2. Puede notarse que el 40% de la densidad (481 árboles) representan un área basal de 34% ( $10,76 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ ) y a su vez un volumen de  $60,92 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  (31%).

Tabla 2. Área Basal, número de árboles y volumen extraídos en un rodal de teca en el aclareo simulado en el año 15.

	Área Basal (AB) $\text{m}^2 \text{ ha}^{-1}$	Densidad (N) $\text{n}^\circ \text{ de árb. ha}^{-1}$	Volumen (V) $\text{m}^3 \text{ ha}^{-1}$
<b>Inicial</b>	31,72	1.176	195,82
<b>Final</b>	20,96	695	134,90
<b>Extraída</b>	10,76	481	60,92
<b>Extracción</b>	34%	40%	31%

<b>porcentaje</b>			
-------------------	--	--	--

#### 4.3 Resultados para el escenario 3

Al correr el modelo que simula dos aclareos del 40% de los árboles a los 15 y 30 años, se pudo observar que el área basal y el volumen de los mismos disminuyen al momento de las cortas, para luego seguir creciendo hasta final de turno (60 años) (Fig. 6). Por lo tanto, la densidad baja en un 40% en el año 15 y nuevamente en el año 30, también en un 40% de los individuos. Finalmente, se alcanzan sólo unos 225 árboles al final de la simulación (Fig.6).

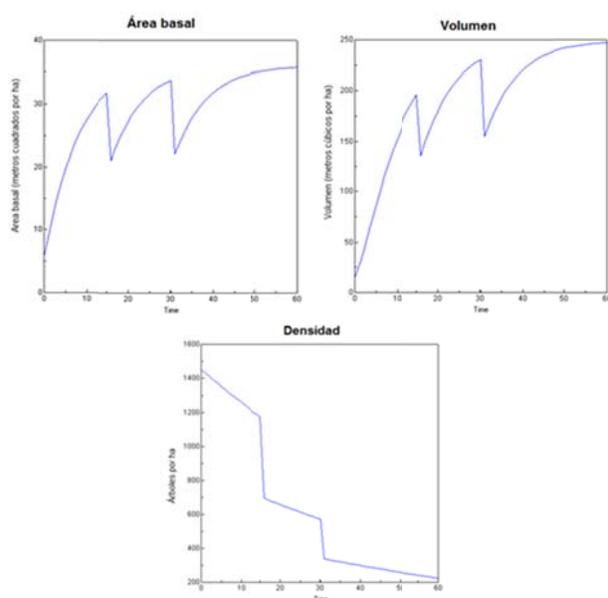


Fig 6. Variables para el modelo con dos aclareos, a los 15 y 30 años.

Los volúmenes, número de árboles y área basal extraídos en cada uno de los aclareos se muestran en la Tabla 3. Se observa que el primer aclareo es igual al caso anterior (aclareo a los 15 años), y en el segundo aclareo el 40% de la densidad (234 árboles) representa un área basal de 35% (11,72 m²ha⁻¹) y a su vez un volumen de 75,49 m³ha⁻¹ (33%).

**Tabla 3.** Área Basal, número de árboles y volumen extraídos en aclareos simulados a las edades de 15 y 30 años respectivamente, en un rodal de teca. Según modelo programado en Simile.

Área Basal (AB) m² ha⁻¹	Densidad (N) Nº árboles	Volumen (V) m³ha⁻¹
----------------------------	----------------------------	-----------------------

Primer aclareo	Inicial	31,73	1.176	195,82
	Final	20,96	695	134,90
	Extraída	10,76	481	60,92
	Extracción en %	34%	40%	31%
Segundo aclareo	Inicial	33,75	572	230,27
	Final	22,03	338	154,78
	Extraída	11,72	234	75,49
	Extracción en %	35%	40%	33%

Al analizar las corridas de los modelos que simulan los escenarios de cortas en las plantaciones de teca, con un aclareo (escenario 2) y dos aclareos (escenario 3), se puede notar que el volumen final a los 60 años estuvo alrededor de 248 m³ha⁻¹ en ambos escenarios, y el área basal cercana a 35 m²ha⁻¹ (lo que representa la capacidad de carga del sitio). Se observan diferencias en la densidad final del rodal, en el primer caso se extraerían 375 árboles/hectárea al final del turno, mientras que en el segundo caso, con dos aclareos, sólo se extraerían 225 árboles/hectárea aproximadamente. Por lo tanto, la decisión del manejo de estas plantaciones de teca sería hacer dos aclareos, el primer aclareo extrayendo un volumen de madera a corto plazo y el segundo a los 30 años con la misma intensidad de corta, sin aplicar tratamientos intermedios. Sin embargo, con este modelo se pueden simular muchos más escenarios de manejo forestal, simplemente haciendo los ajustes correspondientes en el modelo programado. El objetivo final es optimizar el crecimiento y rendimiento de la teca bajo estas condiciones.

#### 4.4 Análisis de sensibilidad

Se realizó el análisis de sensibilidad para uno de los parámetros del modelo, específicamente para el parámetro que controla la altura mayor del rodal ( $\beta$  en la ecuación 8, b1 en el modelo de la Fig. 1), a fin de analizar el impacto que tiene éste en el comportamiento del modelo. Para ello, se varió sistemática y aleatoriamente b1 en el rango 0.40 – 0.50. Esto puede representar en la realidad sitios con diferentes capacidades de carga.

Para hacer el análisis de sensibilidad se creó un submodelo en Simile que representa 100 rodales, en cada rodal se asignó un valor aleatorio al parámetro b1 y se observó el comportamiento de la altura mayor y el volumen. Adicionalmente, se creó una variable fuera del submodelo *rodal* que totaliza el volumen de los 100 rodales. En la Fig. 7 se muestra el diagrama de este modelo.

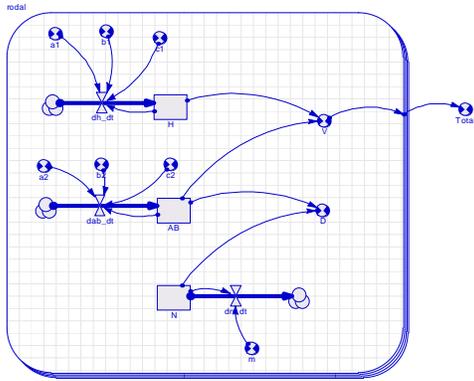


Fig 7. Modelo de rodal para teca (*Tectona grandis* L.) con un submodelo para el análisis de sensibilidad.

Si se observa la altura mayor (Fig. 8) se puede ver que se estabiliza en un valor distinto para cada uno de los cien (100) rodales, pero varía entre 36 y 20 m aproximadamente, y en el modelo inicial esta variable se estabiliza en aproximadamente 27 m. En el caso del volumen (Fig. 8) se puede notar que este varía entre 337 y 193  $m^3ha^{-1}$ , y en el modelo inicial este valor se estabiliza alrededor de 250  $m^3ha^{-1}$ .

De esta manera, se pudo observar que las variables estudiadas son bastante sensibles al parámetro ( $b1$ ), lo que indica que este parámetro es importante y debe ser estimado cuidadosamente.

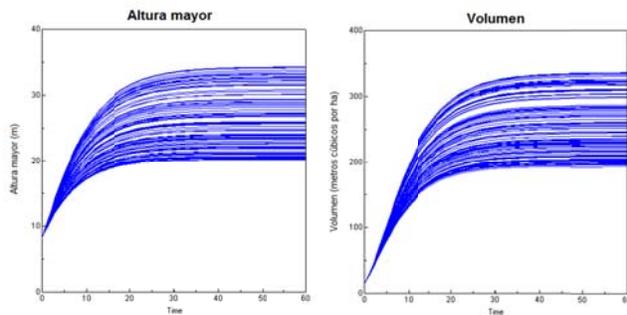


Fig. 8. Variación de la altura mayor y el volumen para diferentes valores del parámetro  $b1$ .

## 5 Conclusiones

Con este modelo se estudió el crecimiento y el rendimiento en una plantación de teca (*Tectona grandis* L.) para un período de 60 años, utilizando tres variables de estado: la altura mayor, el área basal y la densidad; y a partir de éstas se calculó el volumen y el diámetro medio cuadrático del rodal como variables de salida. El modelo permitió simular distintos escenarios de tratamientos intermedios a la masa forestal. El modelo de simulación desarrollado en este trabajo muestra en forma sencilla el potencial que tienen este tipo de modelos, particularmente aquellos desarrollados utilizando el enfoque de espacio de

estados, y su utilidad en el manejo de plantaciones forestales.

Con el empleo de un modelo de simulación, los manejadores de plantaciones pueden obtener información que ayude a tomar decisiones en el tiempo y conocer el estado de los rodales, en cuanto a crecimiento y rendimiento, en términos de madera. De esta manera, se puede disminuir la incertidumbre en la toma de decisiones en el sector forestal, específicamente en el manejo de plantaciones forestales.

## Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por el Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico, Tecnológico y de las Artes (CDCHTA), de la Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, bajo el proyecto FO-686-08-01-B.

## Referencias

- Clutter JL, Forson JC, Pienaar LV, Brister GH y Bailey RL, 1983, Timber Management: A Quantitative Approach. John Wiley & Sons. Nueva York. 333 p.
- García O, 1984, New class of growth models for even-aged stands: *Pinus radiata* in Golden Downs forest, New Zealand Journal of Forestry Science, Vol. 14, pp. 65-68.
- García O, 1988, Growth modelling a (re)view, New Zealand Forestry Vol. 33, No.3, pp.14-17.
- García O, 1990 Growth of Thinned and Pruned Stands, In: James RN y Tarlton G. L. (eds.), New Approaches to Spacing and Thinning in Plantation Forestry, N.Z. Ministry of Forestry, FRI Bulletin No. 151.
- García O, 1994, The state-space approach in growth modelling, Canadian Journal of Forest Research, Vol. 24, No. 9, pp. 1894-1903.
- García O y Ruiz F, 2003, A growth model for eucalypt in Galicia, Spain, Forest Ecology and Management, Vol. 173, No. 1-3, pp. 49-62.
- Mora A y Moret A, 2001, Evaluación de métodos de estimación para ajustar ecuaciones de volumen en plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.), Revista Forestal Venezolana, Vol. 45, No. 2, pp. 63-67.
- Peng C, 2000, Growth and Yield Models for Uneven-Aged Stands: Past, Present and Future, Forest Ecology and Management, Vol. 132, No. 2-3, pp. 259-279.
- Vanclay JK, 1994, Modeling forest growth and yield, Applications to mixed tropical forests, CAB International, UK. 312 p.